zajęcia otwarte z fizyki

WYZNACZANIE OGNISKOWEJ SOCZEWKI I UKŁADU SOCZEWEK

Instrukcja dla uczniów szkół ponadpodstawowych

WSTĘP

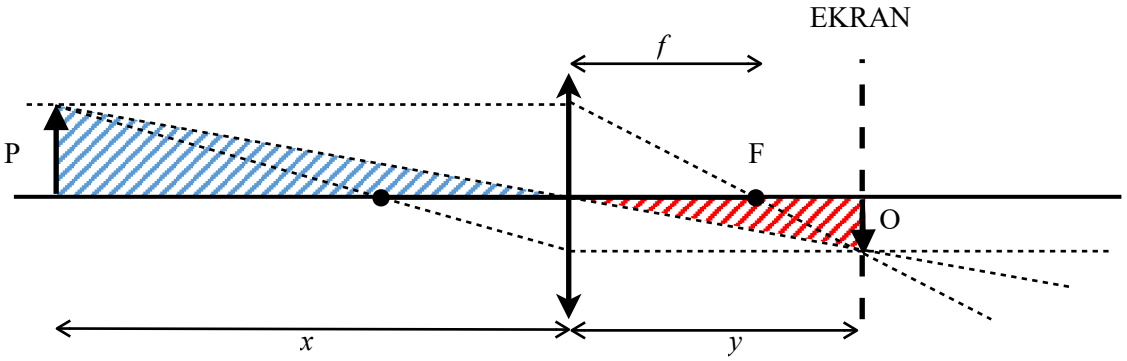
Soczewką optyczną nazywamy bryłę z przezroczystego materiału, ograniczoną (przynajmniej z jednej strony) zakrzywioną powierzchnią o regularnym kształcie (najczęściej kulistą). Ze względu na kształt, soczewki optyczne dzielą się na wypukłe, wklęsłe, płasko-wypukłe, płasko-wklęsłe, wypukło-wklęsłe. Dla większości materiałów soczewki wypukłe są soczewkami skupiającymi. Gdy pada na nie wiązka równoległa, zostaje ona skupiona do jednego punktu. Soczewki wklęsłe są soczewkami rozpraszającymi.

Podstawową wielkością charakteryzującą soczewki optyczne jest ich *zdolność skupiająca* - oznaczana zwykle jako D. Zdolność skupiająca to odwrotność *ogniskowej*, czyli odległości *ogniska* soczewki od jej środka. Soczewki skupiające charakteryzują się $D > 0$, natomiast dla soczewek rozpraszających $D < 0$. Jednostką zdolności skupiającej jest *dioptria* ($1\ \text{dioptria} = 1\ \text{m}^{-1}$).

Podstawowym wzorem w optyce geometrycznej jest tzw. *wzór soczewkowy*, przyjmujący postać:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{x} + \frac{1}{y}, \tag{1}$$

gdzie f jest ogniskową soczewki, a x i y kolejno odległościami przedmiotu i jego obrazu od soczewki. Na rysunku 1 zaznaczono te odległości.



Rysunek 1, schemat pokazujący położenie przedmiotu (P), soczewki o ogniskowej f oraz obrazu przedmiotu O. Ognisko soczewki oznaczono jako F. Liniami przerywanymi zaznaczono bieg promieni światła. Odległości między soczewką a przedmiotem i obrazem (odpowiednio x i y) wiąże z długością ogniskowej f wzór (1).

Układ dwóch soczewek w zależności od odległości między nimi może mieć własności skupiające lub rozpraszające. Gdy mamy do czynienia z dwoma soczewkami to ogniskową takiego układu wyznaczamy ze wzoru:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} - \frac{d}{f_1 f_2} = \frac{f_2 + f_1 - d}{f_1 f_2}, \tag{2}$$

gdzie f jest ogniskową układu soczewek, f_1, f_2 to ogniskowe poszczególnych soczewek, a d to odległość między soczewkami. W związku z tym, gdy odległość między soczewkami

WYDZIAŁ FIZYKI UNIWERSYTET WARSZAWSKI
Polskie Towarzystwo Fizyczne Oddział Warszawski
projekt współfinansuje miasto stołeczne Warszawa

wzrasta, ogniskowa układu również wzrasta. Gdy $d = f_1 + f_2$ ogniskowa układu staje się nieskończona (układ staje się bezogniskowy). Przy dalszym wzroście odległości między soczewkami ogniskowa układu jest ujemna tj. układ staje się rozpraszający.

POMIARY

Układ pomiarowy składa się z:

- ławy optycznej z podziałką
- zestawu soczewek,
- wyświetlacza z liczbą 1,
- ekranu,
- linijki.

Zadanie wstępne

Dla wybranej soczewki skupiającej przeprowadź obserwację odległości obrazu (y) zmieniając odległość przedmiotu od soczewki (x), wyodrębniając następujące przypadki:

$$x > 2f, x = 2f, f < x < 2f, x = f, x < f.$$

Wyznaczanie ogniskowej soczewki skupiającej.

Celem ćwiczenia jest wyznaczenie ogniskowej trzema metodami dla wybranej soczewki skupiającej.

Wyznaczanie ogniskowej w oparciu o wzór soczewkowy.

Dokonaj pomiaru odległości przedmiotu (x) i jego ostrego obrazu (y) od środka optycznego soczewki. W tym celu ustaw ekran w takiej odległości od soczewki, aby obraz na nim był optymalnie ostry. Pomiary wykonaj przynajmniej dla pięciu różnych odległości x i y i zapisz do poniższej tabeli. Następnie, korzystając ze wzoru soczewkowego (1), dla każdej pary x i y oblicz ogniskową.

Tabela 1. Wyniki pomiaru ogniskowej soczewki skupiającej

x [cm]	y [cm]	$1/f$ [1/cm]	f [cm]

Szukaną ogniskową wyznaczamy jako średnią z otrzymanych pięciu wartości.

$f =$ .....

WYDZIAŁ FIZYKI UNIWERSYTET WARSZAWSKI
Polskie Towarzystwo Fizyczne Oddział Warszawski
projekt współfinansuje miasto stołeczne Warszawa

Wyznaczanie ogniskowej poprzez pomiar powiększenia.

Metoda ta pozwala wyznaczyć ogniskową badanej soczewki znając wielkość przedmiotu P oraz wielkość jego obrazu O. Z rozważań geometrycznych (podobieństwa niebieskiego i czerwonego trójkąta na rysunku 1) wynika następująca zależność między odległościami przedmiotu i obrazu od soczewki i ich wielkościami:

$$\frac{P}{x} = \frac{O}{y}. \tag{3}$$

Korzystając z powyższego wzoru oraz ze wzoru soczewkowego (1) otrzymujemy następujące wyrażenie na ogniskową:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{x}\left(1 + \frac{P}{O}\right). \tag{4}$$

Tak jak w poprzednim ćwiczeniu dokonaj kilku pomiarów potrzebnych wielkości, a następnie oblicz dla nich wartość ogniskowej dla badanej soczewki i uśrednij ją.

Tabela 2. Wyniki pomiaru ogniskowej soczewki poprzez pomiar powiększenia

x [cm]	P [cm]	O [cm]	$1/f$ [1/cm]	f [cm]

Szukaną ogniskową wyznacz jako średnią z uzyskanych wartości.

f = ...

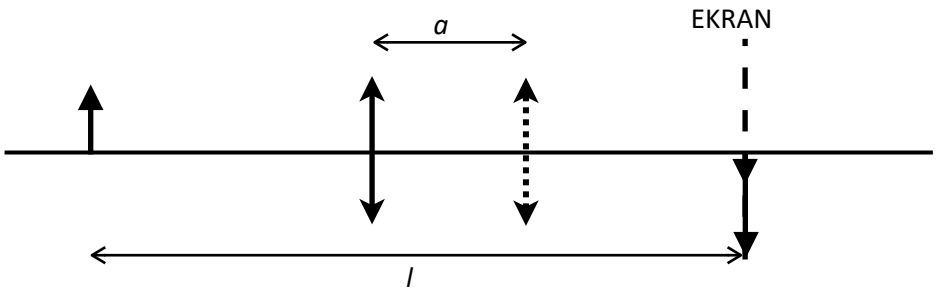
Wyznaczanie ogniskowej metodą Bessela.

Przy danej odległości przedmiot - ekran (l) można znaleźć dwa położenia soczewki, w których na ekranie będzie widoczny ostry obraz (raz powiększony, raz pomniejszony, rysunek 2). Ogniskową soczewki można wyznaczyć z równania:

$$f = \frac{l^2 - a^2}{4l}, \tag{5}$$

gdzie: a to zmiana położenia soczewki prowadząca do uzyskania jednego z ostrych obrazów. Wzór (5) został wyprowadzony z wykorzystaniem warunków początkowych a następnie podstawieniu do wzoru (1) i rozwiązaniu równania kwadratowego. Pomiary dla różnych odległości przedmiotu od ekranu zapisz w tabeli 3.

WYDZIAŁ FIZYKI UNIWERSYTET WARSZAWSKI
Polskie Towarzystwo Fizyczne Oddział Warszawski
projekt współfinansuje miasto stołeczne Warszawa



Rysunek 2, schemat układu do pomiary ogniskowej soczewki metodą Bessela. Odległe od siebie o a strzałki oznaczają położenie soczewek dla ostrych obrazów.

Tabela 3. Wyniki pomiaru ogniskowej soczewki metodą Bessela

a [cm]	l [cm]	f [cm]

Szukaną ogniskową wyznacz jako średnią z uzyskanych wartości.

$f =$ .....

ANALIZA NIEPEWNOŚCI POMIAROWYCH

Zastanówmy się chwilę nad tym dlaczego wyznaczone wartości ogniskowych mogą nieco różnić się od siebie i od wartości rzeczywistych. Dzieje się tak, ponieważ zwykle nie jesteśmy w stanie prowadzić pomiarów z dowolną dokładnością. Jeśli zmierzone wartości są obarczone niepewnością, również wielkości obliczone na ich podstawie będą wykazywały niepewność.

Zgodnie z zasadą propagacji niepewności pomiarowych, niepewność wyniku obliczonego można wyrazić jako pierwiastek z sumy kwadratów niepewności składowych wynikających z pomiarów bezpośrednich:

$$u_f = \sqrt{u_1^2 + u_2^2 + \cdots}, \tag{6}$$

W pierwszym wypadku, gdy ogniskowa jest wyznaczona na podstawie pomiarów x i y, ostateczna niepewność wyznaczenia ogniskowej jest pierwiastkiem z sumy kwadratów składowej niepewności wynikającej z niepewności pomiaru x oraz składowej niepewności wynikającej z niepewności pomiaru y. Załóżmy, że zarówno pomiary x jak i y były wykonane

WYDZIAŁ FIZYKI UNIWERSYTET WARSZAWSKI
Polskie Towarzystwo Fizyczne Oddział Warszawski
projekt współfinansuje miasto stołeczne Warszawa

z taką samą niepewnością, równą wielkości najmniejszej działki używanej miarki $\Delta_m = 0{,}1$ cm.

Niepewność związana z pomiarem x wyznaczamy jako:

$$u_1 = \frac{1}{2}\left|f_{x+\Delta_m} - f_{x-\Delta_m}\right| = \frac{1}{2}\left|\frac{(x+\Delta_m)y}{x+\Delta_m+y} - \frac{(x-\Delta_m)y}{x-\Delta_m+y}\right|$$
$$= \frac{1}{2}\left|\frac{(x+\Delta_m)y(x+y-\Delta_m) - (x-\Delta_m)y(x+y+\Delta_m)}{(x+y+\Delta_m)(x+y-\Delta_m)}\right|$$
$$= \frac{1}{2}\left|\frac{2y^2\Delta_m}{(x+y)^2-\Delta_m^2}\right| \xrightarrow{\Delta_m \ll x} \frac{y^2\Delta_m}{(x+y)^2} = \frac{x^2y^2}{(x+y)^2}\frac{\Delta_m}{x^2} = f^2\frac{\Delta_m}{x^2}$$

oraz analogicznie niepewność związana z pomiarem y:

$$u_2 = \frac{1}{2}\left|f_{y+\Delta_m} - f_{y-\Delta_m}\right| = f^2\frac{\Delta_m}{y^2}$$

W związku z tym niepewność wyznaczenia ogniskowej wyraża się wzorem

$$u_f = \sqrt{u_1^2+u_2^2} = f^2\sqrt{\frac{1}{x^4}+\frac{1}{y^4}}\cdot\Delta_m. \tag{7}$$

Analogicznie można wykazać, że niepewność wyznaczenia ogniskowej z powiększenia wyraża się wzorem:

$$u_f = \sqrt{\frac{f^2}{x^2}+\frac{f^4}{O^2x^2}+\frac{P^2f^4}{O^4x^2}}\Delta_m, \tag{8}$$

natomiast niepewność wyznaczenia ogniskowej metodą Bessela wzorem:

$$u_f = \sqrt{\left(\frac{l^2+a^2}{4l^2}\right)^2+\left(\frac{a}{2l}\right)^2}\,\Delta_m. \tag{9}$$

Dla każdej z metod pomiarowych dla kilku punktów pomiarowych spróbuj oszacować niepewności wyznaczonych ogniskowych i określ, która z tych metod daje najmniejszą procentową niepewność wyznaczenia ogniskowej soczewki. Zastanów się nad uzasadnieniem uzyskanego wyniku.

Tabela 4. Podsumowanie wyników pomiaru ogniskowej soczewki.

Metoda	f [cm]	u_f [cm]	u_f/f [%]
Wzór soczewkowy			
Powiększenie			
Bessela			

Najdokładniejsza metoda wyznaczenia ogniskowej to ……..

WYDZIAŁ FIZYKI UNIWERSYTET WARSZAWSKI
Polskie Towarzystwo Fizyczne Oddział Warszawski
projekt współfinansuje miasto stołeczne Warszawa

WYZNACZANIE OGNISKOWEJ UKŁADU SOCZEWEK.

W przypadku układu dwóch soczewek wyznaczymy ogniskową tego układu najdokładniejszą z metod, która została ustalona na podstawie analizy wyników w tabeli 4.

A. Metoda wzoru soczewkowego

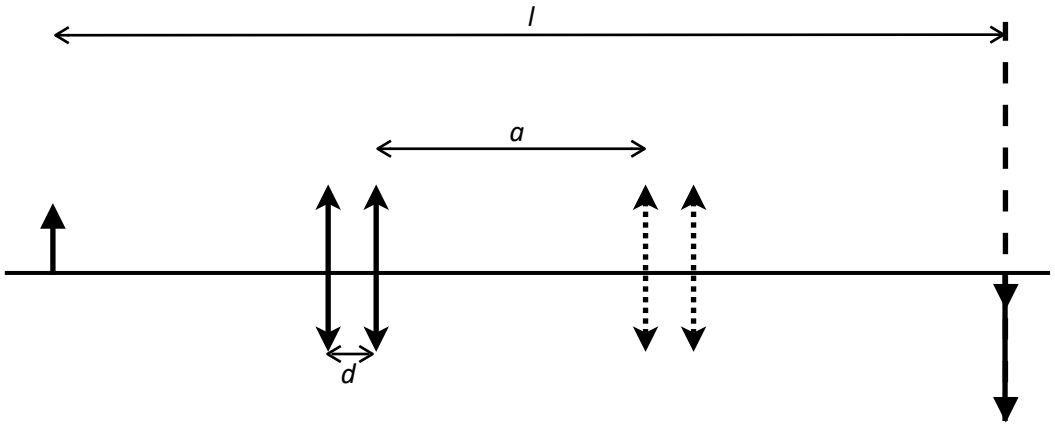
W tym przypadku (zakładając, że odległość pomiędzy soczewkami jest dużo mniejsza od *f*) ogniskową układu można wyznaczyć podobną procedurą jak w przypadku pojedynczej soczewki o ogniskowej *f*. Następnie, bazując na zmierzonych odległościach *x* i *y* i na podstawie wzoru (1) wyznacz ogniskową układu *F*.

B. Metoda powiększeń

W tej metodzie wykorzystamy podobną technikę jak w przypadku pojedynczej soczewki. Wartość ogniskowej *F* należy wyznaczyć z pomiarów powiększenia oraz z wykorzystaniem wzoru (5).

C. Metoda Bessela

Przy danej odległości przedmiot - ekran (*l*) oraz odległości między soczewkami *d* można znaleźć dwa położenia, w których na ekranie będzie widoczny ostry obraz (raz powiększony, raz pomniejszony).



Rysunek 3, schemat układu do wyznaczenia ogniskowej układu dwóch soczewek z wykorzystaniem metody Bessela.

Wzór Bessela ulega wówczas modyfikacji:

$$f = \frac{(l-d)^2 - a^2}{4(l-d)}, \tag{9}$$

gdzie *l* jest odległością przedmiotu od ekranu, *a* jest przesunięciem układu optycznego pozwalającym na otrzymanie dwóch ostrych obrazów oraz *d* jest odległością między soczewkami (rysunek 3). W związku ze zmianą równania opisującego układ optyczny, w równaniu (9) odległość *l* jest pomniejszona o odległość między soczewkami.

WYDZIAŁ FIZYKI UNIWERSYTET WARSZAWSKI
Polskie Towarzystwo Fizyczne Oddział Warszawski
projekt współfinansuje miasto stołeczne Warszawa

Wykonanie pomiaru

Wybierz dwie soczewki skupiające o znanych ogniskowych. Następnie ustaw układ według schematu dla wybranej metody dla pięciu różnych ustawień. Dla każdego z ustawień oblicz ogniskową. Wyniki zapisz w tabeli 5. Puste kolumny w tabeli dostosuj do wybranej przez siebie metody pomiarowej. Następnie, wyznacz średnią wartość ogniskowych.

Tabela 5. Wyniki pomiaru ogniskowej układu soczewek.

					F [cm]

Szukana ogniskowa układu soczewek wynosi F = ...

Porównają tą wartość z wartością teoretyczną ogniskowej (F_t), którą uzyskasz na podstawie obliczeń z wykorzystaniem wzoru (2).

Teoretyczna ogniskowa układu soczewek F_t = …….

Czy według Ciebie wartości te są ze sobą zgodne? Czy potrafisz oszacować niepewność wyznaczonej przez Ciebie ogniskowej?

Opracowanie:
J. Kierdaszuk, A. Drabińska

WYDZIAŁ FIZYKI UNIWERSYTET WARSZAWSKI
Polskie Towarzystwo Fizyczne Oddział Warszawski
projekt współfinansuje miasto stołeczne Warszawa

MIEJSCE NA OBLICZENIA

WYDZIAŁ FIZYKI UNIWERSYTET WARSZAWSKI
Polskie Towarzystwo Fizyczne Oddział Warszawski
projekt współfinansuje miasto stołeczne Warszawa